認知科学と人工知能　Nr. 7

小堀　聡

「推論」

１．命題論理

命題：文（世界について述べている文）
命題変数：P，Qなど
結合記号：否定$\neg$，連言$\wedge$，選言$\vee$，含意$\Rightarrow$，同値$\Leftrightarrow$
真理値：真（T），偽（F）

真理値表

P	$\neg P$
T	F
F	T

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

妥当命題：常に真となる命題
充足不能命題：常に偽となる命題

２．述語論理

定数記号：a，b，cなど，
変数記号：x，y，zなど
関数記号：f，gなど，
述語記号：P，Qなど
限量記号：$\forall$，$\exists$
$\forall$：全称記号と呼ばれ，「すべての個体について～である」という概念を表す．
$\exists$：存在記号と呼ばれ，「～であるような個体が少なくとも１つ存在する」という概念を表す．

論理式の例：
$\forall x\,[H(x) \Rightarrow \exists y\,[F(y) \wedge L(x, y)]]$

３．推論

演繹：一般的な規則から個別的な事実を導く推論（厳密な意味での推論）
帰納：個別的な事実の集まりから一般法則を導く推論
アブダクション：物事の原因を探る場合に適している推論

導出の方法
$P,\ P \Rightarrow Q \vdash Q$
$P \Rightarrow Q,\ Q \Rightarrow R \vdash P \Rightarrow R$

導出の一般的な表現
$P \vee Q_1 \vee Q_2 \cdots \vee Q_m,\ \neg P \vee R_1 \vee R_2 \cdots \vee R_n \vdash Q_1 \vee Q_2 \cdots \vee Q_m \vee R_1 \vee R_2 \cdots \vee R_n$
（Pと$\neg P$を除いた節の選言）

前向き推論
前提から導出を始めて結論を導く
後向き推論
結論から導出を始めて前提にたどりつく

背理法：証明すべき目標の否定が充足不能であることを示す

推論→探索の問題

４．ファジィ論理

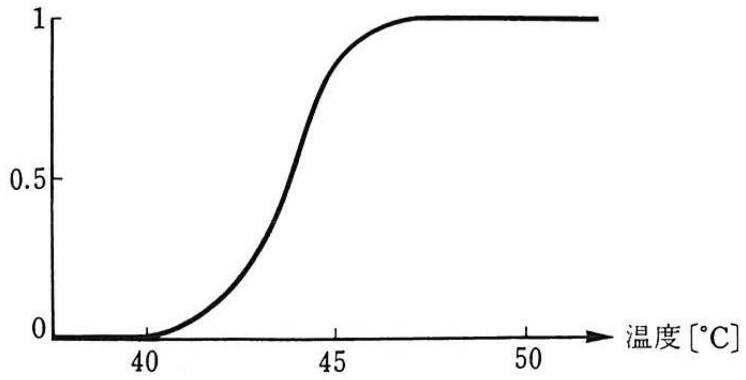
ファジィ集合：

ファジィ集合は，クリスプ集合の特性関数の値域を［０，１］へと拡張した関数によって定義される．この関数をメンバーシップ関数という．

ファジィ命題：

ファジィ集合を用いて表される命題

ファジィ命題「x is A」の真理値は，ファジィ集合Ａのメンバーシップ関数 μ_A（x）で表されると考える．



「熱い」という言葉の意味を表すファジィ集合

述語修飾

age(John) is YOUNG →
age(John) is not YOUNG
age(John) is very YOUNG
age(John) is more or less YOUNG

修飾語mによって述語Aが修飾されたファジィ命題「x is mA」の真理値μ_{mA}（x）は，

$1-\mu_A(x)$ ： m＝not の場合

$\mu_A(x)^2$ ： m＝very の場合

$\mu_A(x)^{0.5}$ ： m＝more or less の場合

となる．

ファジィ推論：

RをXからYへのファジィ関係，AをXにおけるファジィ集合としたとき，

$$B = A \circ R$$

によってYにおけるファジィ集合Bが導かれるとする．

例：

X＝Y＝｛１，２，３｝とし

A＝LARGE＝0.1/1＋0.4/2＋1/3

R＝APPROXIMATELY-EQUAL＝1/(1,1)＋1/(2,2)＋1/(3,3)
＋0.5/(1,2)＋0.5/(2,1)＋0.5/(2,3)＋0.5/(3,2)

とすれば

$$B = A \circ R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.4 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

が得られる．

more or less LARGE＝$0.1^{0.5}$/1＋$0.4^{0.5}$/2＋$1^{0.5}$/3＝0.32/1＋0.63/2＋1/3
であるから，Ｂは近似的に more or less LARGE であると考えられる．
したがって，次のような推論が得られる．

x is large
x and y is approximately equal

---

y is more or less large

５．非単調論理

論理体系の単調性

公理の集合Ａから証明される定理の集合 Th（A）
集合Ａにいくつかの公理をつけ加えた集合Ｂから証明される集合 Th（B）
とすると，Th（A）は Th（B）に必ず含まれる
Ａ⊂Ｂならば Th（A）⊆Th（B）

単調性が成り立たない場合を非単調性という
例外が含まれる公理が存在する場合は，非単調性となる

閉世界：
与えられた情報が世界のすべてであり，それ以上の情報が後で得られない
Prolog の論理体系は閉世界仮説を採用している

推論：証明されないものが偽であるとみなす
「P（x）が証明できなければ，¬P（x）とする」

例：BLOCK（a）∧BLOCK（b）∧BLOCK（c）という事実
これから BLOCK（d）は証明できないから
¬BLOCK（d）と仮定する

参考書

長尾 真著：岩波講座・ソフトウェア科学 14・知識と推論（岩波書店）
白井 良明著：人工知能の理論（コロナ社）
安西 祐一郎著：認知科学と人工知能（共立出版）
太原 育夫著：認知情報処理（オーム社）

キーワード

命題論理，述語論理
推論，導出，演繹，帰納，アブダクション
ファジィ